Électromagnétisme – Chapitre 1

Rappels d'induction

I. Notion de champ magnétique . . . 1
I.1. Propriétés . . . 1
I.2. Carte de champ magnétique . . . 2
I.3. Moment magnétique . . . 3
II. Force de Laplace . . . 3
II.1. Résultante des forces de Laplace . . . 3
II.2. Couple des actions de Laplace . . . 4
III. Lois de l'induction . . . 5
III.1. Flux d'un champ magnétique . . . 5
III.2. Loi de Faraday . . . 5
III.3. Loi de modération de Lenz . . . 5
III.4. Auto-induction . . . 6
III.5. Induction mutuelle . . . 7
III.6. Application au transformateur de tension . . . 9
IV. Conversion électromécanique de puissance . . . 9
IV.1. Principe de la conversion de puissance mécanique en puissance électrique . . . 9
IV.2. Principe de la conversion de puissance électrique en puissance mécanique . . . 10
IV.3. Exemples de convertisseurs électromécaniques . . . 10

I. Notion de champ magnétique

I.1. Propriétés

Un **champ magnétique** $\overrightarrow{B}$ est un champ vectoriel, il s'exprime en tesla (T).

Il peut être généré :

- soit par un aimant ;
- soit par un circuit électrique parcouru par un courant, il est alors proportionnel à ce courant.

Application :

On peut montrer que la norme du champ magnétique généré à l'intérieur d'une bobine longue parcourue par une intensité i s'exprime :

$$B = \mu_0 \, n \, i$$

avec $\mu_0 = 4\,\pi.10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$ la perméabilité magnétique du vide, et n le nombre de spires par unité de longueur.
Calculons la norme du champ magnétique généré à l'intérieur d'une bobine de longueur $\ell = 10\,\mathrm{cm}$ constituée de $N = 500\,\mathrm{spires}$ et parcourue par une intensité $i = 1{,}0\,\mathrm{A}$.

On donne quelques ordres de grandeurs :

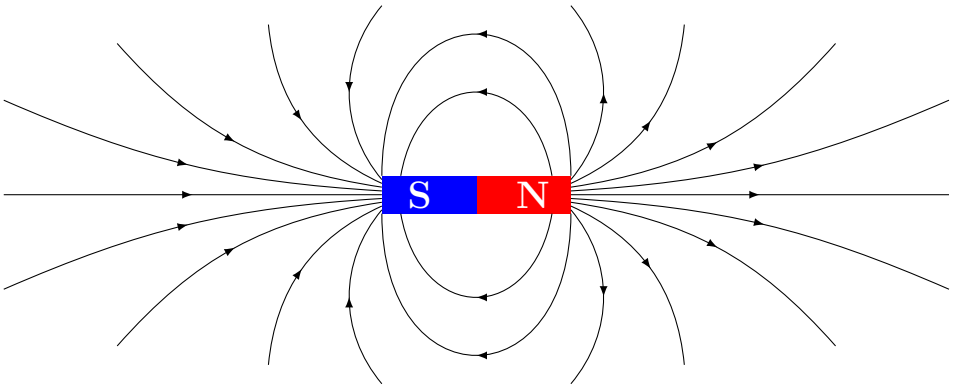
- champ magnétique terrestre : $B = 5.10^{-5}\,\mathrm{T}$;
- champ magnétique créé par un aimant usuel : $B \sim 0{,}1\,\mathrm{T}$;
- champ magnétique créé par un électroaimant : $B \sim 1\,\mathrm{T}$;
- champ magnétique créé par un appareil d'IRM (imagerie à résonance magnétique) : $B \sim 10\,\mathrm{T}$.

I.2. Carte de champ magnétique

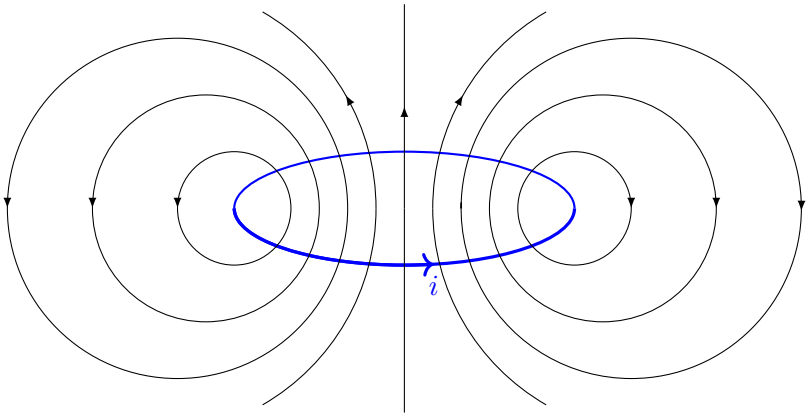
Une **ligne de champ** est une ligne tangente en chacun de ses points au champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

On représente ci-dessous l'allure de plusieurs cartes de champ magnétique.

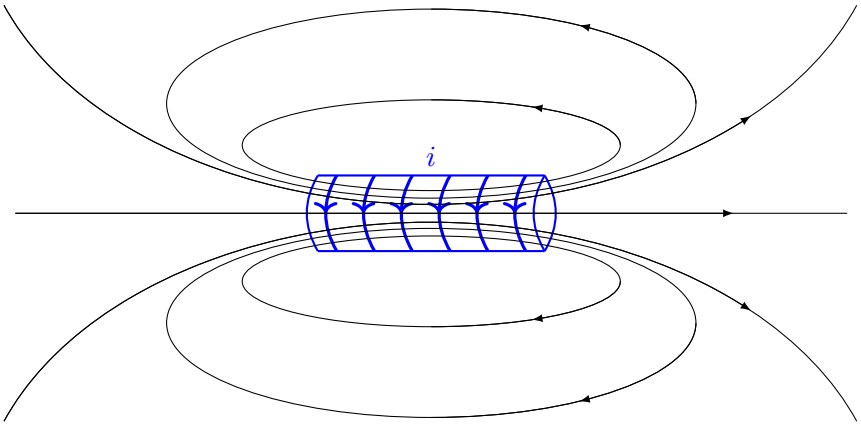
- Le champ magnétique généré par un aimant droit est orienté du pôle Nord vers le pôle Sud.



- Le champ magnétique généré par une spire circulaire parcourue par une intensité i est orienté selon la règle de la main droite (le pouce indique la direction du champ si les autres doigts suivent le sens du courant).

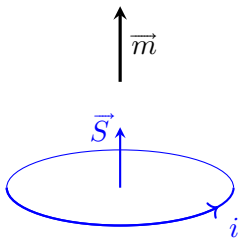


- Le champ magnétique généré par une bobine longue, appelée **solénoïde**, est orienté selon la règle de la main droite, et il est quasi-uniforme à l'intérieur de la bobine.



I.3. Moment magnétique

On définit le **moment magnétique d'une boucle de courant plane** parcourue par une intensité i et de surface orientée $\vec{S} = S\,\vec{n}$, avec $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal à la surface et orienté selon la règle de la main droite, tel que :



Le **moment magnétique d'un solénoïde** constitué de N spires de surface $\vec{S}$ parcourues par une intensité i est alors la somme des moments magnétiques de chaque spire :

Par analogie avec un solénoïde, on définit le **moment magnétique d'un aimant droit** comme le moment magnétique d'un solénoïde générant le même champ magnétique à grande distance.

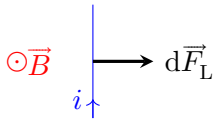
On donne quelques ordres de grandeurs :

- moment magnétique d'un aimant droit usuel : $m \sim 1\,\mathrm{A\cdot m^2}$;
- moment magnétique de la Terre : $m = 8.10^{22}\,\mathrm{A\cdot m^2}$.

II. Force de Laplace

II.1. Résultante des forces de Laplace

Une portion de longueur $\mathrm{d}\ell$ d'un élément conducteur parcourue par une intensité i et plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ subit la **force de Laplace** :



avec $\mathrm{d}\vec{\ell}$ orienté dans le sens du courant.
On peut retrouver facilement le sens de la force de Laplace en utilisant la règle des trois doigts de la main droite :

- on oriente le pouce selon $i\,\mathrm{d}\vec{\ell}$;
- on oriente l'index selon $\vec{B}$;
- le majeur donne alors l'orientation de $\vec{F}_\mathrm{L}$.

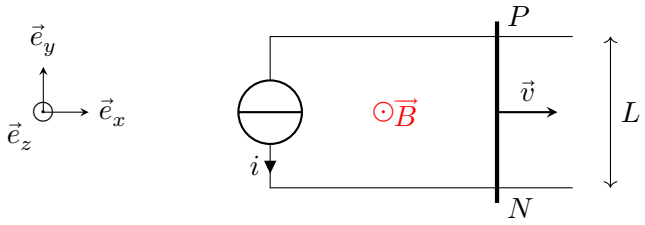
On en déduit l'expression de la **résultante des forces de Laplace** subie par une barre conductrice rectiligne NP parcourue par une intensité i et plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = \int_N^P \mathrm{d}\vec{F}_\mathrm{L} = i\int_N^P \mathrm{d}\vec{\ell}\wedge\vec{B} = i\,\overrightarrow{NP}\wedge\vec{B}$$

avec $\overrightarrow{NP}$ orienté dans le sens du courant.

Application :

> On considère le dispositif des rails de Laplace présenté ci-dessous. Le circuit est constitué d'un générateur de courant et de deux rails conducteurs fixes horizontaux espacés d'une distance L, sur lesquels se déplace une barre conductrice mobile NP à la vitesse $\vec{v} = v(t)\,\vec{e}_x$. Il est plongé dans un champ magnétique stationnaire et uniforme $\vec{B} = B\,\vec{e}_z$.



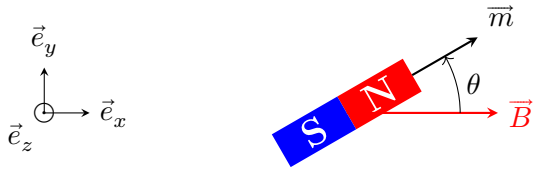
Exprimons la puissance instantanée de la force de Laplace subie par la barre mobile.

II.2. Couple des actions de Laplace

Un système de moment magnétique $\vec{m}$ plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ subit un **moment des actions de Laplace** qui s'exprime :

Application :

On considère un aimant droit de moment magnétique $\vec{m}$ qui réalise un angle θ avec le champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\,\vec{e}_x$ dans lequel il est plongé.

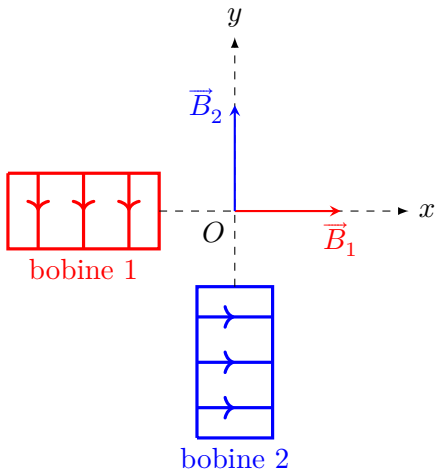


Déterminons les positions d'équilibre de cet aimant, en précisant la stabilité de chacune de ces positions.

Un système de moment magnétique $\vec{m}$ tend donc à s'aligner sur le champ magnétique $\vec{B}$ dans lequel il est plongé. En utilisant un champ magnétique tournant, on peut alors mettre en rotation le système grâce au couple des actions de Laplace. C'est sur ce principe que fonctionne les moteurs à champ tournant, comme le moteur à courant continu ou le moteur synchrone.

Pour générer un champ magnétique tournant, on peut utiliser deux bobines identiques orientées à 90° l'une de l'autre et alimentées en quadrature de phase, comme représenté ci-contre :

- la bobine 1 est alimentée par une intensité $i_1(t) = i_0 \cos(\omega t)$ et génère au point O un champ magnétique $\vec{B}_1(t) = B_0 \cos(\omega t)\, \vec{e}_x$;
- la bobine 2 est alimentée par une intensité $i_2(t) = i_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ et génère au point O un champ magnétique $\vec{B}_2(t) = B_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\, \vec{e}_y$.



Le champ résultant au point O s'exprime alors :

$$\vec{B}(t) = \vec{B}_1(t) + \vec{B}_2(t) = B_0 \left[\cos(\omega t)\, \vec{e}_x + \sin(\omega t)\, \vec{e}_y\right]$$

il s'agit d'un champ tournant à la pulsation ω et de norme B_0. Un système de moment magnétique $\vec{m}$ placé au point O sera donc mis en rotation.

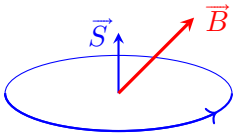
III. Lois de l'induction

III.1. Flux d'un champ magnétique

On définit le **flux d'un champ magnétique** $\vec{B}$ à travers une surface orientée $\vec{S}$ tel que :

Dans le cas d'un champ magnétique uniforme à travers une surface plane, on obtient donc :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}.$$



III.2. Loi de Faraday

En approchant un aimant d'un circuit électrique fermé, Michael Faraday observa en 1831 l'apparition d'un courant dans le circuit.

Le courant induit par un champ magnétique $\vec{B}$ dans un circuit est équivalent à celui généré par un générateur de tension, dont la **force électromotrice** (fem) est donnée par la **loi de Faraday** :

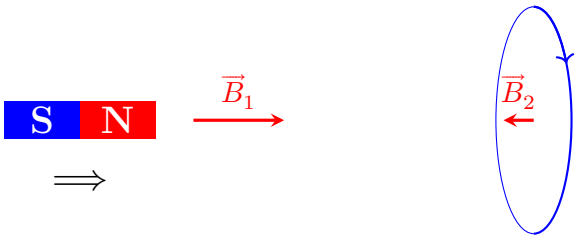
avec Φ le flux du champ magnétique à travers le circuit fermé.

On peut remarquer qu'il n'apparait un courant induit dans le circuit que si le flux du champ magnétique varie au cours du temps.

III.3. Loi de modération de Lenz

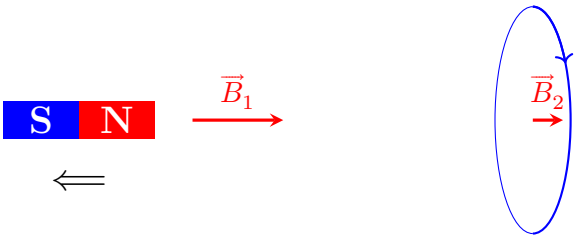
Appliquons la loi de Faraday aux deux cas suivants :

- En approchant le pôle Nord d'un aimant vers une spire :



- l'aimant génère un champ magnétique $\vec{B}_1$, orienté vers la droite, qui est de plus en plus intense à travers la spire ;
- le flux Φ à travers la spire augmente, comme celui-ci est positif au vu de son orientation, d'où $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$;
- d'après la loi de Faraday, une force électromotrice $e < 0$ est induite dans la spire ;
- il apparait une intensité $i < 0$ dans la spire ;
- la spire génère à son tour un champ magnétique $\vec{B}_2$, orienté vers la gauche.

- En éloignant le pôle Nord d'un aimant d'une spire :



- l'aimant génère un champ magnétique $\vec{B}_1$, orienté vers la droite, qui est de plus en plus faible à travers la spire ;
- le flux Φ à travers la spire diminue, comme celui-ci est positif au vu de son orientation, d'où $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} < 0$;
- d'après la loi de Faraday, une force électromotrice $e > 0$ est induite dans la spire ;
- il apparait une intensité $i > 0$ dans la spire ;
- la spire génère à son tour un champ magnétique $\vec{B}_2$, orienté vers la droite.

On en déduit la **loi de modération de Lenz** :

- les phénomènes d'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance.

Cette loi de modération est une conséquence du signe « $-$ » de la loi de Faraday, puisque la force électromotrice induite s'oppose à la variation du flux.

III.4. Auto-induction

Un circuit électrique parcouru par une intensité i génère un champ magnétique, et donc un flux magnétique à travers lui-même, que l'on appelle **flux propre** et qui peut s'exprimer :

avec L l'**inductance propre** du circuit, qui est positive et ne dépend que de la géométrie du circuit, elle s'exprime en henry (H).

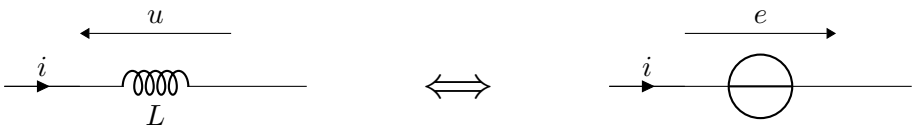
Application :

> Calculons l'inductance propre L d'un solénoïde de longueur $\ell = 10\,\mathrm{cm}$ et d'axe (Oz) comportant $N = 1000$ spires circulaires de rayon $R = 2{,}0\,\mathrm{cm}$.

En l'absence de champ magnétique extérieur, un circuit d'inductance propre L parcouru par une intensité i est alors équivalent à un générateur dont la force électromotrice s'exprime à l'aide de la loi de Faraday :

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{p}}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

et on retrouve la caractéristique électrique d'une bobine en convention générateur.



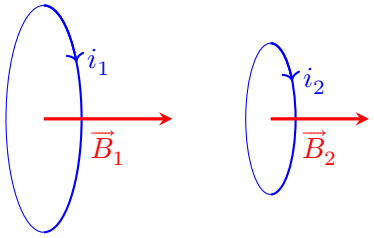
En convention récepteur, la tension aux bornes du circuit s'exprime donc :

On rappelle enfin que l'**énergie magnétique** stockée dans un tel circuit s'exprime :

III.5. Induction mutuelle

On considère deux circuits fixes qui sont proches l'un de l'autre :

- un circuit (1) parcouru par une intensité i_1 qui génère un champ magnétique $\vec{B}_1$;
- un circuit (2) parcouru par une intensité i_2 qui génère un champ magnétique $\vec{B}_2$.



En l'absence de champ magnétique extérieur, le champ magnétique total est :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

d'où on en déduit l'expression du flux à travers le circuit (1) :

$$\Phi_1 = \iint_{S_1} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_1} \left(\vec{B}_1 + \vec{B}_2\right)\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{B}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S} + \iint_{S_1} \vec{B}_2\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \Phi_{\mathrm{p},1} + \Phi_{2\to1}$$

avec $\Phi_{\mathrm{p},1}$ le flux propre du circuit (1), et $\Phi_{2\to1}$ le flux du champ magnétique $\vec{B}_2$ à travers le circuit (1).

On obtient de même pour l'expression du flux à travers le circuit (2) :

$$\Phi_2 = \iint_{S_2} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_2} \left(\vec{B}_1 + \vec{B}_2\right)\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{B}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{B}_2\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \Phi_{1\to2} + \Phi_{\mathrm{p},2}$$

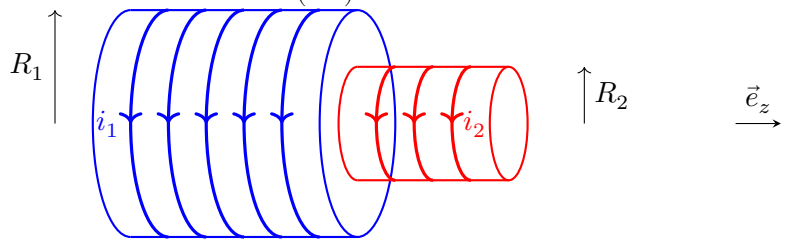
avec $\Phi_{p,2}$ le flux propre du circuit (2), et $\Phi_{1\to 2}$ le flux du champ magnétique $\vec{B}_1$ à travers le circuit (2).

On admet que les **flux croisés** peuvent s'exprimer :

avec M le **coefficient d'inductance mutuelle**, qui peut être positif ou négatif (contrairement à L) et ne dépend que de la géométrie des circuits, il s'exprime en henry (H).

Application :

On considère un petit solénoïde de longueur ℓ_2 comportant N_2 spires circulaires de rayon R_2, qui est placé à l'intérieur d'un grand solénoïde de longueur ℓ_1 comportant N_1 spires circulaires de rayon R_1. Les solénoïdes sont centrés autour du même axe (Oz).



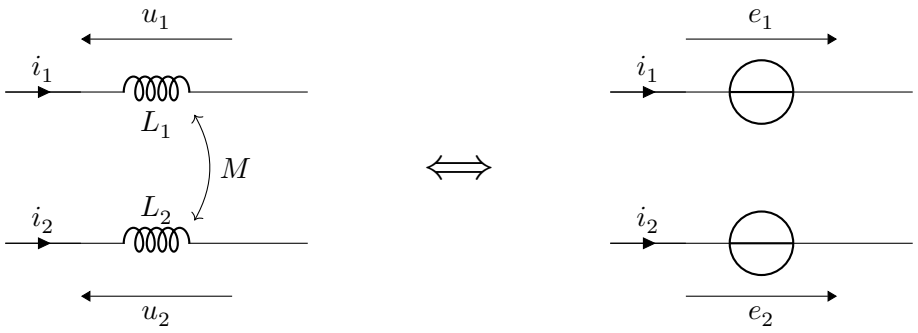
Exprimons le coefficient d'inductance mutuelle entre les deux solénoïdes.

En l'absence de champ magnétique extérieur, un circuit d'inductance propre L_1 parcouru par une intensité i_1, présentant un coefficient d'inductance mutuelle M avec un autre circuit d'inductance propre L_2 parcouru par une intensité i_2, est alors équivalent à un générateur dont la force électromotrice s'exprime à l'aide de la loi de Faraday :

$$e_1 = -\frac{\mathrm{d}\Phi_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{p,1}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\Phi_{2\to 1}}{\mathrm{d}t} = -L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

et on obtient de même :

$$e_2 = -L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} - M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}.$$



En convention récepteur, les tensions aux bornes des circuits s'expriment donc :

On admet enfin que l'**énergie magnétique** stockée dans ces circuits s'exprime :

où le dernier terme représente l'énergie de couplage magnétique entre les deux circuits.

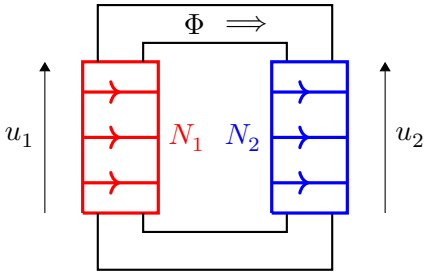
De nombreuses applications sont basées sur un couplage par induction mutuelle entre des circuits, telles que les batteries rechargeables à distance, les détecteurs de métaux ou encore les plaques de cuisson à induction.

III.6. Application au transformateur de tension

Un **transformateur de tension** permet d'abaisser ou d'élever la valeur efficace d'une tension alternative, tout en conservant sa fréquence. Il est constitué de deux bobinages :

- un bobinage primaire constitué de N_1 spires ;
- un bobinage secondaire constitué de N_2 spires ;

qui sont enroulés autour d'un tore de matériau ferromagnétique, permettant de canaliser les lignes de champ afin qu'un même flux magnétique Φ traverse les spires des deux bobinages.



Les tensions aux bornes du primaire et du secondaire peuvent s'exprimer en convention récepteur :

$$u_1(t) = -e_1 = N_1 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad u_2(t) = -e_2 = N_2 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

d'où on en déduit le rapport :

$$\frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

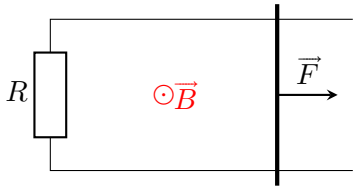
avec m le **rapport de transformation**. Il suffit donc de modifier le nombre de spires des bobinages pour modifier le rapport entre ces deux tensions.

Des transformateurs de tension sont utilisés notamment pour convertir les très hautes tensions à la sortie d'une centrale (400 000 V) en hautes tensions (40 000 V), puis en tensions domestiques (230 V).

IV. Conversion électromécanique de puissance

IV.1. Principe de la conversion de puissance mécanique en puissance électrique

Le dispositif des rails de Laplace présenté ci-dessous permet d'illustrer le principe de la conversion de puissance mécanique en puissance électrique.



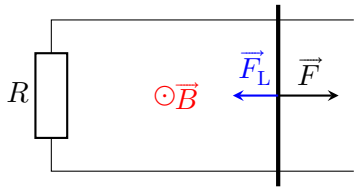
Le circuit est constitué d'une résistance R et de deux rails conducteurs fixes horizontaux, sur lesquels se déplace une barre conductrice mobile. Il est plongé dans un champ magnétique stationnaire et uniforme $\vec{B}$.

En appliquant une force mécanique $\vec{F}$ sur la barre :

- la barre se déplace dans la direction de la force ;
- le flux du champ magnétique à travers le circuit évolue, comme la surface du circuit est modifiée ;
- d'après la loi de Faraday, une force électromotrice est induite dans le circuit ;
- il apparait un courant induit qui alimente électriquement la résistance R.

La puissance mécanique fournie au système à travers la force $\overrightarrow{F}$ est donc convertie en puissance électrique qui alimente le dipôle, c'est le principe d'une **génératrice**.

D'après la loi de modération de Lenz, le courant induit dans le circuit va générer à son tour une force de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ qui s'applique sur la barre, et dont le sens est opposé à celui de la force $\overrightarrow{F}$, comme représenté ci-dessous. Le phénomène d'induction tend donc à ralentir le déplacement de la barre.

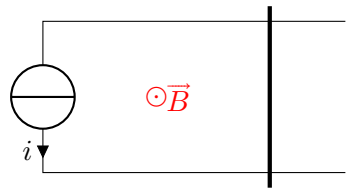


Cet effet est utilisé dans les dispositifs de freinage de certains véhicules (camions, trains, métros...), pour lesquels on fixe des disques métalliques sur les roues. En cas de freinage, un champ magnétique extérieur est appliqué, ce qui induit des **courants de Foucault** dans le disque, c'est-à-dire des courants électriques induits dans le volume du disque. L'énergie mécanique du véhicule est ainsi convertie en énergie électrique, puis en effet Joule grâce à la résistivité du métal, ce qui fait ralentir le véhicule.

Le fonctionnement des plaques de cuisson par induction est également basé sur la production de courants de Foucault dans le fond des casseroles, entrainant un chauffage par effet Joule.

IV.2. Principe de la conversion de puissance électrique en puissance mécanique

Le dispositif des rails de Laplace présenté ci-dessous permet d'illustrer le principe de la conversion de puissance électrique en puissance mécanique, il a été étudié précédemment dans une application.



En appliquant une intensité i au circuit à l'aide du générateur, la barre est soumise à une force de Laplace. La puissance électrique fournie au circuit est donc convertie en puissance mécanique qui déplace la barre, c'est le principe d'un **moteur**.

IV.3. Exemples de convertisseurs électromécaniques

En pratique, la plupart des machines réalisant une conversion électromécanique présentent des parties mobiles qui réalisent un mouvement de rotation. Nous allons présenter quelques exemples de moteurs dans cette partie.

Moteur à courant continu

Une **machine à courant continu** (MCC) est constituée de deux parties :

- un stator (partie fixe), composé d'aimants permanents ou de bobines, qui créé un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ fixe ;
- un rotor (partie mobile), composé de nombreuses spires conductrices.

En fonctionnement moteur, les spires du rotor sont alimentées par une intensité constante I, ce qui génère un moment magnétique $\overrightarrow{m}$. Le rotor subit alors un couple des actions de Laplace $\overrightarrow{M_L}$ directement proportionnel à I, et se met en rotation à vitesse constante.

Une machine à courant continu peut également fonctionner en tant que génératrice de courant : si une action mécanique extérieure met en rotation le rotor à vitesse constante, celui-ci génère une force électromotrice à ses bornes, et produit ainsi un courant continu.

On peut donner quelques caractéristiques du moteur à courant continu :

- avantages : vitesse facilement réglable avec l'intensité, large gamme de vitesses possibles (de 1 à 3000 tours/min)...
- inconvénients : usure importante à cause des frottements...
- utilisation : principalement pour les applications de faible puissance (essuie-glace, ventilateur...).

Moteur synchrone

Un moteur synchrone est constitué de deux parties :

- un stator (partie fixe), composé de bobines, qui créé un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ tournant à vitesse constante ;
- un rotor (partie mobile), composé de spires conductrices ou d'aimants permanents, qui présente un moment magnétique $\overrightarrow{m}$ permanent.

Sous l'action du champ tournant, le rotor se met en rotation à la même vitesse car son moment magnétique tend à s'aligner avec le champ, on parle de synchronisme.

Comme pour la MCC, le moteur synchrone peut fonctionner en tant que génératrice.

On peut donner quelques caractéristiques du moteur synchrone :

- avantages : vitesse précise car fixée par le champ tournant, rendement supérieur à 90%...
- inconvénients : nécessite un moteur auxiliaire pour le démarrage...
- utilisation : principalement pour les applications de forte puissance (de 1 à 10 MW), mais aussi dans les applications nécessitant une vitesse contrôlée précisément (voiture électrique, commande de disque dur...).

Moteur asynchrone

Un moteur asynchrone est constitué de deux parties :

- un stator (partie fixe), composé de bobines, qui créé un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ tournant à vitesse constante ;
- un rotor (partie mobile), composé de spires conductrices en court-circuit et non-alimentées, qui ne présente pas de moment magnétique permanent.

Sous l'action du champ tournant, les variations de flux magnétique dans le rotor génèrent des courants induits. Des forces de Laplace mettent alors en rotation le rotor, à une vitesse angulaire légèrement inférieure à celle du champ.

Comme pour la MCC et le moteur synchrone, le moteur asynchrone peut fonctionner en tant que génératrice.

On peut donner quelques caractéristiques du moteur asynchrone :

- avantages : rotor qui ne nécessite pas d'alimentation, moins volumineux qu'un moteur synchrone...
- inconvénients : vitesse qui n'est pas parfaitement stable...
- utilisation : moteur le plus utilisé aujourd'hui, en particulier dans les transports (TGV...), mais également l'électroménager (lave-linge...).